

ANÁLISE TEMPORAL E REGIONAL DE CHEIAS ANUAIS POR MEIO DE UM MODELO HIERÁRQUICO BAYESIANO

Carlos Henrique Ribeiro Lima¹; Upmanu Lall²

RESUMO --- Eventos de cheias tem causado inúmeras perdas de vida e danos materiais. Com objetivo de melhor entender o processo de escala espacial de cheias e prever estatísticas associadas a estes eventos para locais sem dados hidrológicos, pesquisadores tem estudado e desenvolvido teorias à respeito do processo de escala de vazões com relação a área de drenagem. Num contexto de mudanças climáticas globais, torna-se imperativo entender a variabilidade temporal desse processo de escala e como forçantes climáticas contribuem com essa variabilidade. Estima-se aqui os parâmetros de escala de séries de máximos anuais através de um modelo hierárquico Bayesiano, o que permite reduzir a incerteza das estimativas. São estimados os coeficientes linear e angular da lei log-log de escala vazão-área para cada ano da série histórica de 44 estações hidrológicas no Brasil, com áreas de drenagem variando de 2588 a 823555 km². Os resultados mostram a variabilidade interanual e a não-estacionariedade dos coeficientes. Simulações de máximos anuais para estações não inclusas na estimativa dos parâmetros ajustaram bem aos dados observados. Assim, obteve-se um modelo capaz de reproduzir temporalmente máximos anuais em locais desprovidos de dados hidrológicos, abrindo caminho para simulações de cheias nesses locais considerando-se mudanças climáticas globais.

ABSTRACT --- Flood events have caused several life losses and material damages. In order to better understand the spatial scaling of floods and to predict the statistics associated with flood events, researchers have studied and developed theories about the streamflow scaling with respect to the drainage area. Under global climate change scenarios, it is imperative that one understands the temporal variability of this scaling process and how climate forcings contribute to this variability. Here we estimate the scaling parameters of annual maximum series through a hierarchical Bayesian model, which allow us to reduce the estimate uncertainties. One estimates the intercept and slope of the log-log scaling law of streamflow on area for each year of the historical record of 44 streamflow sites across Brazil, whose catchment areas range from 2588 to 823555 km². The results show the inter-annual variability and non-stationarity of the scaling parameters. Simulations of annual maxima for out-of-sample stations agree well with the observed data. Hence, we obtained a model that is able to reproduce series of annual maximum at ungauged sites, opening the path to simulate flood events at those sites under global climate changes.

Palavras-chave: regionalização de cheias, modelo hierárquico Bayesiano, mudanças climáticas globais.

1) Pos-Doc. Earth Institute, Columbia University, New York – NY, EUA. e-mail: chr2107@columbia.edu.

2) Professor. Department of Earth and Environmental Engineering, Columbia University, New York – NY, EUA. e-mail: ula2@columbia.edu

1 - INTRODUÇÃO

Desastres naturais tem sido uma das principais causas de perdas de vidas e danos materiais ao redor do globo. No Brasil, em particular, eventos de cheia representam o principal desastre natural que afeta grande parte da população todo ano. As inundações que atingiram os estados do Sul ao final de 2008 e os estados do Nordeste em 2009, por exemplo, causaram inúmeras vítimas, além do desalojamento de muitas famílias, prejuízos econômicos e materiais e aumento dos casos de doenças de veiculação hídrica (por exemplo, febre tifóide, cólera, leptospirose, hepatite A, malária, dengue e febre amarela). Com intuito de minimizar o impacto negativo desses eventos extremos, em especial num contexto de mudanças climáticas globais, onde projeta-se um potencial aumento na magnitude e frequência de eventos de cheia, torna-se necessário uma melhor compreensão por parte de hidrólogos e cientistas de como eventos hidroclimatológicos extremos originam e evoluem espaço-temporalmente.

A maior parte dos estudos hidrológicos de cheias tem sido voltado para a análise estatística da frequência de eventos extremos (veja, por exemplo, Stedinger *et al.*, 1992; Loucks e van Beek, 2005; e referências citadas nesses artigos) a partir do uso de informações locais e regionais de precipitação e vazão, características físicas da bacia hidrográfica e informação histórica ou paleo-informação (por exemplo, Stedinger e Cohn, 1986; Martins e Stedinger, 2001). Um grande número de trabalhos tem se dedicado também a analisar a estacionariedade e tendências temporais de eventos de cheias (aumento do risco de cheias ao longo dos anos, por exemplo) e os parâmetros associados a modelagem estatística de extremos (veja, por exemplo, Olsen *et al.*, 1999; Clarke, 2002A; Clarke, 2002B; Milly *et al.*, 2002; Katz *et al.*, 2002; Kwon *et al.*, 2008), assim como a associação de padrões climáticos de larga escala e eventos de cheias (Lima e Lall, 2008) e o impacto de variações climáticas globais interanuais e interdecadais sobre a frequência desses eventos (Jain e Lall, 2001).

Em locais com poucos ou nenhum dado hidroclimatológico e a necessidade de se estimar estatísticas (média, desvio padrão, quantis de cheia, etc) associadas à eventos hidrológicos, é comum o uso de informação hidroclimática de locais próximos ou similares para se obter melhores e mais robustas estimativas (Stedinger *et al.*, 1992). Esse processo de regionalização ou análise regional de variáveis hidroclimatológicas tem um importante papel no gerenciamento de recursos hídricos. Por exemplo, o projeto de estruturas de cheias (barragens, diques, vertedouros) normalmente requer a estimativa de probabilidades de excedência bem baixas, como 1% para o quantil de cheia de 100 anos, o que exige uma grande quantidade de dados (não menos que 100 anos de dados de vazão neste caso) para se obter estimativas robustas e confiáveis.

Análise regional consiste em estimar a variável de interesse (por exemplo, cheia de 100 anos) em locais com dados históricos de vazão disponíveis e então relacionar, por meio de modelos estatísticos, as estimativas obtidas com características fisiográficas e geomorfológicas (as variáveis explanatórias) associadas com as regiões e bacias analisadas. Normalmente são utilizadas como variáveis explanatórias a área de drenagem, a declividade e comprimento do rio principal, cobertura vegetal, propriedades do solo além de informação histórica (Thomas e Benson, 1970; Stedinger e Cohn, 1986; Martins e Stedinger, 2001). Após a estimativa dos parâmetros do modelo estatístico regional, é possível estimar a variável de interesse em qualquer lugar que possua os dados regionais correspondentes às variáveis explanatórias. Regionalização também pode ser usada para melhorar a estimativa dos parâmetros de cheia (por exemplo, *index flood method*) ou para aumento da série temporal (*time series augmentation*) da variável de interesse em locais com pouca disponibilidade de dados (Salas *et al.*, 1980; Stedinger *et al.*, 1992).

Diversos estudos tem identificado como mudanças nas propriedades físicas de bacias hidrográficas alteram estatísticas de vazão (Thomas e Benson, 1970; Riggs, 1973; Pandey *et al.*, 1998; Vogel e Sankarasubramanian, 2000; Yue e Gan, 2004). Particularmente, há mais de 40 anos sabe-se que a vazão anual média e quantis de cheia aumentam exponencialmente com a área de drenagem (Benson, 1962; Thomas e Benson, 1970; Alexander, 1972), que tem sido a variável mais utilizada em regionalização devido a sua disponibilidade (facilmente obtém-se a área de drenagem para qualquer local de vazão) e confiança nos dados (as estimativas de área de drenagem são bastante precisas). De fato, a lei exponencial que rege a relação vazão e área de drenagem não é restrita ao campo da hidrologia e insere-se num contexto maior, de sistemas invariantes à escala que exibem *self-similarity*, ou seja, uma simetria fundamental que ocorre na natureza (Gupta *et al.*, 2007.). Conceitos de *simple scaling*, *multiple scaling*, fractais e momentos empíricos de séries de vazão tem sido abordados em diversos estudos (Gupta e Waymire, 1990; Smith, 1992; Gupta *et al.*, 1994; Becker e Braun, 1999; Vogel e Sankarasubramanian, 2000; Sivapalan *et al.*, 2002; Yue e Gan, 2004). Neste trabalho busca-se melhor entender como a lei de escala vazão-área evolui temporalmente. Dessa forma, procura-se dar os primeiros passos em direção ao estabelecimento da relação entre os parâmetros dessas leis de escala e os processos climáticos que os influenciam, abrindo caminho para a previsão de cheias e respostas hidrológicas de bacias num contexto de mudanças climáticas globais, como proposto em Gupta *et al.* (2007). Um modelo hierárquico Bayesiano é proposto para estimar os parâmetros de escala de séries de máximos anuais de 44 reservatórios hidroelétricos do Brasil. Com essa proposta nova de modelagem, é possível incluir mais informação na estimativa dos parâmetros e conseqüentemente reduzir as incertezas associadas, obtendo-se assim estimativas mais robustas e melhores modelos.

2 – METODOLOGIA

2.1 – Dados de Afluência

São utilizadas neste trabalho séries naturais de afluência diária dos 44 principais reservatórios hidroelétricos do sistema interconectado, como mostrado na Figura 1. As séries são disponibilizadas pelo operador nacional do sistema (ONS) e compreendem o período 1931-2001. As áreas de drenagem associadas variam de 322 to 823555 km². Esses reservatórios estão sujeitos à forçantes climáticas similares (Lima e Lall, 2008), com influências da temperatura da superfície do mar (TSM) dos oceanos Pacífico tropical e Atlântico sub-tropical e da zona de convergência do Atlântico sul (SACZ).

Apesar de séries naturais de afluência diária serem passíveis de erros de medição, acredita-se que a influência dos mesmos nos resultados obtidos neste trabalho sejam insignificantes. A Figura 2 mostra a porcentagem de reservatórios com dados disponíveis de cheias em função do ano. Observe que somente a partir de 1973 é possível ter o conjunto completo de reservatórios com dados de cheia.

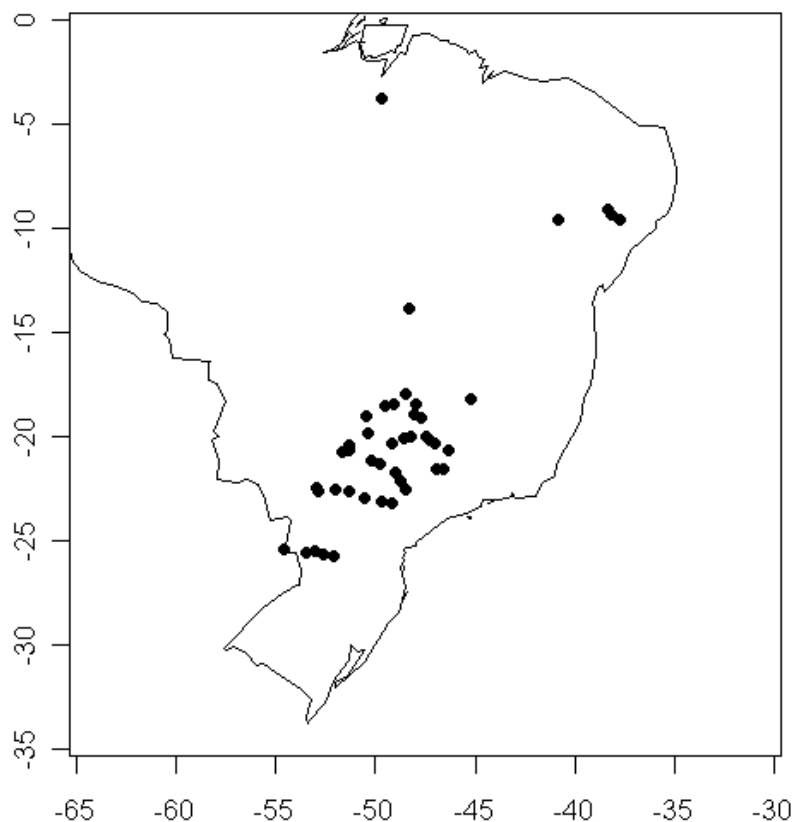


Figura 1 – Localização geográfica dos reservatórios utilizados neste trabalho

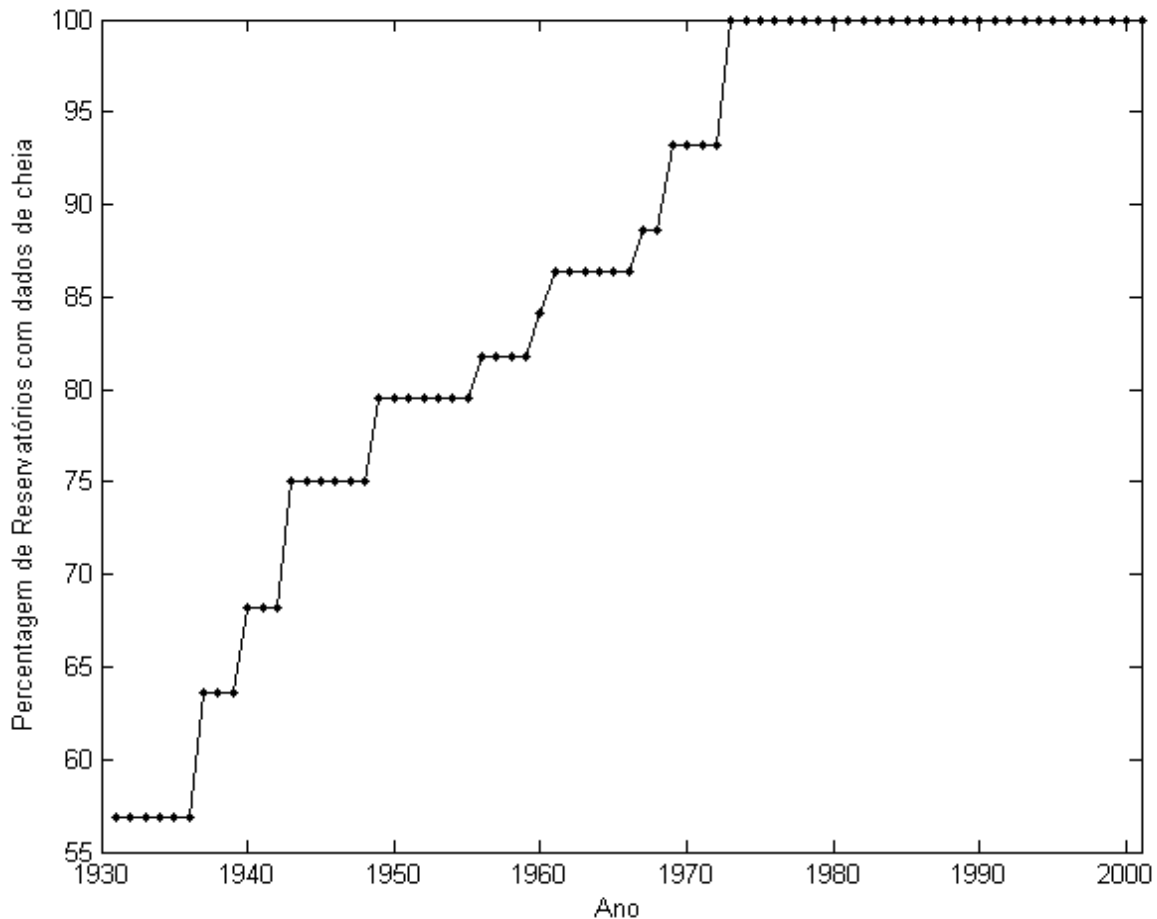


Figura 2 – Percentagem de reservatórios com dados de cheia.

2.2 – Modelo Hierárquico Bayesiano

Nas primeiras tentativas de se desenvolver uma teoria de multi-escala para dados de vazões, Gupta e Waymire (1990) definiram, para um campo aleatório arbitrário $Y(x)$, a lei de simples escala para um parâmetro escalar espacial $\lambda > 0$:

$$E[Y_\lambda^h] = \lambda^{hk} E[Y_1^h] \quad (1)$$

o que é equivalente na escala logarítmica a:

$$\log E[Y_\lambda^h] = hk \log \lambda + \log E[Y_1^h] \quad (2)$$

onde k é o expoente escalar, h a ordem da momento e Y_λ o campo aleatório reescalado:

$$Y_\lambda(x) = Y(\lambda x). \quad (3)$$

Gupta e Waymire (1990) concluíram que a linearidade log-log em (2) com respeito a área de drenagem vale para vários dados de vazão instantânea ao longo do Estados Unidos, mas a propriedade linear $h \rightarrow hk$ do coeficiente angular não foi observada. De fato, notou-se que a declividade em (2) é uma função concava e não-linear da ordem do momento h , o que não obedece

a lei de escala simples mas de um processo multi-escalar. Diversos autores (Smith, 1992; Gupta *et al.*, 1994; Becker e Braum, 1999; Vogel e Sankarasubramanian, 2000; Sivapalan *et al.*, 2002; Yue e Gan, 2004) investigaram o processo de escala para outros dados hidrológicos.

Em análise regional de séries de máximos anuais, normalmente assume-se que os parâmetros em (2) são estacionários e o conjunto completo de dados é utilizado na estimativa dos mesmos. Entretanto, sabe-se que nem sempre a hipótese de estacionariedade é válida, sendo que os parâmetros de escala podem variar significativamente de um evento para outro. Da mesma forma, muitas vezes o interesse está em reconstruir a série temporal de máximos anuais em locais com poucos ou desprovidos de dados de vazão. Uma alternativa então é aplicar a análise regional diretamente aos valores de máximos anuais e não em parâmetros (média, desvio padrão) derivados da distribuição desses valores. Por exemplo, a Figura 3 mostra a lei de escala log-log de máximos anuais e área de drenagem para alguns anos dos dados históricos. Assim, modela-se a série de máximos anuais a partir de parâmetros de escala não-estacionários:

$$\log(q_{ij}) \sim N(\phi_{0i} + \phi_{1i}x(j), \tau_i^2) \quad (4)$$

onde q_{ij} é a vazão diária máxima registrada para a estação j no ano i , e $x(j)$ é o logaritmo da área centrado em zero, definido como $x(j) = \log(A(j)) - \overline{\log(A)}$, onde $A(j)$ é a área de drenagem da estação j e $\overline{\log(A)}$ representa a média do logaritmo das áreas de drenagens de todas as estações. O motivo para esta transformação é um procedimento de reparametrização com objetivo de reduzir a correlação entre os parâmetros de regressão em (4) e facilitar a convergência das estimativas associadas (Gilks e Roberts, 1995).

Usualmente dispõe-se de uma quantidade limitada de dados para estimar os parâmetros em (4), o que leva a grandes incertezas nas estimativas. Por exemplo, a Fig. 2 mostra que no início do período analisado (entre 1930 e 1940) dispunha-se de menos de 60% (ou cerca de 25 reservatórios) do total de estações hidrológicas analisadas. Com o objetivo de incluir mais informação na estimativa dos parâmetros de (4) e conseqüentemente reduzir as incertezas associadas, assume-se que esses parâmetros são gerados por uma distribuição de probabilidades comum, pois é pouco provável que parâmetros temporais vão ser significativamente diferentes da média temporal (ao menos no caso de estimativas ruins). Assim, adota-se uma modelagem hierárquica Bayesiana, como sugerida em Gelman *et al.* (2004). Matematicamente, equivale-se a definir uma distribuição à priori para os parâmetros da regressão em (4):

$$\begin{pmatrix} \phi_{0,i} \\ \phi_{1,i} \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} \bar{\phi}_0 \\ \bar{\phi}_1 \end{pmatrix}, \Sigma\right). \quad (5)$$

Por simplicidade, como não existe nenhuma informação à priori à respeito do termo de variância em (4), assume-se uma distribuição à priori uniforme:

$$p(\tau_i) \propto 1. \quad (6)$$

Para os parâmetros de (5) assume-se distribuições à priori conjugadas, com hiperparâmetros estimados a partir dos dados (veja Gelman *et al.*, 2004 para maiores detalhes):

$$\Sigma \sim \text{Inv-Wishart}_v(\Lambda) \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{\phi}_0 \\ \bar{\phi}_1 \end{pmatrix} | \Sigma \sim \begin{pmatrix} \varphi_0, \Sigma / k_0 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Combinando as distribuições à priori (eqs. 5-8) com a função de verosimilhança (eq. 4), obtém-se a distribuição posterior multivariada do conjunto de parâmetros Φ :

$$p(\Phi | q) \propto \prod_{j=1}^J \prod_{i=1}^{n_j} N(\log(q_{ij}) | \phi_{0i} + \phi_{1i} \cdot x(j), \tau_i^2) \cdot N \begin{pmatrix} \phi_{0i} & \bar{\phi}_0 \\ \phi_{1i} & \bar{\phi}_1 \end{pmatrix} | \Sigma, \Lambda) \cdot N \begin{pmatrix} \bar{\phi}_0 \\ \bar{\phi}_1 \end{pmatrix} | \varphi_0, \varphi_1, \Sigma / k \quad (9)$$

A equação (9) envolve a estimativa de diversos parâmetros, com uma integral que não pode ser resolvida diretamente. Assim, adota-se aqui o método de Markov Chain Monte Carlo (MCMC) para simular valores da distribuição posterior dos parâmetros mostrada em (9). Em particular, utiliza-se o algoritmo *Gibbs sampler*. A distribuição condicional posterior dos parâmetros ϕ_{0i} e ϕ_{1i} representa uma média ponderada da função de verosimilhança e a distribuição à priori, resultando numa distribuição normal multivariada (Gelman *et al.*, 2004). Já os parâmetros $\bar{\phi}_0, \bar{\phi}_1$ e Σ apresentam distribuições posteriores conjugadas, isto é, pertencem a mesma família das distribuições à priori. Gelman *et al.* (2004) mostra como se obter as distribuições posteriores condicionais a partir da média ponderada das distribuições à priori e a função de verosimilhança.

As simulações obtidas neste trabalho foram realizadas utilizando o software R. Com diferentes condições iniciais, foram obtidas 5 realizações cada qual com 1000 simulações da distribuição posterior dos parâmetros. A convergência dos resultados foi verificada graficamente, comparando as simulações dos parâmetros, e de acordo com a metodologia sugerida em Gelman *et al.* (2004), que avalia a convergência das cadeias a partir do coeficiente de mistura.

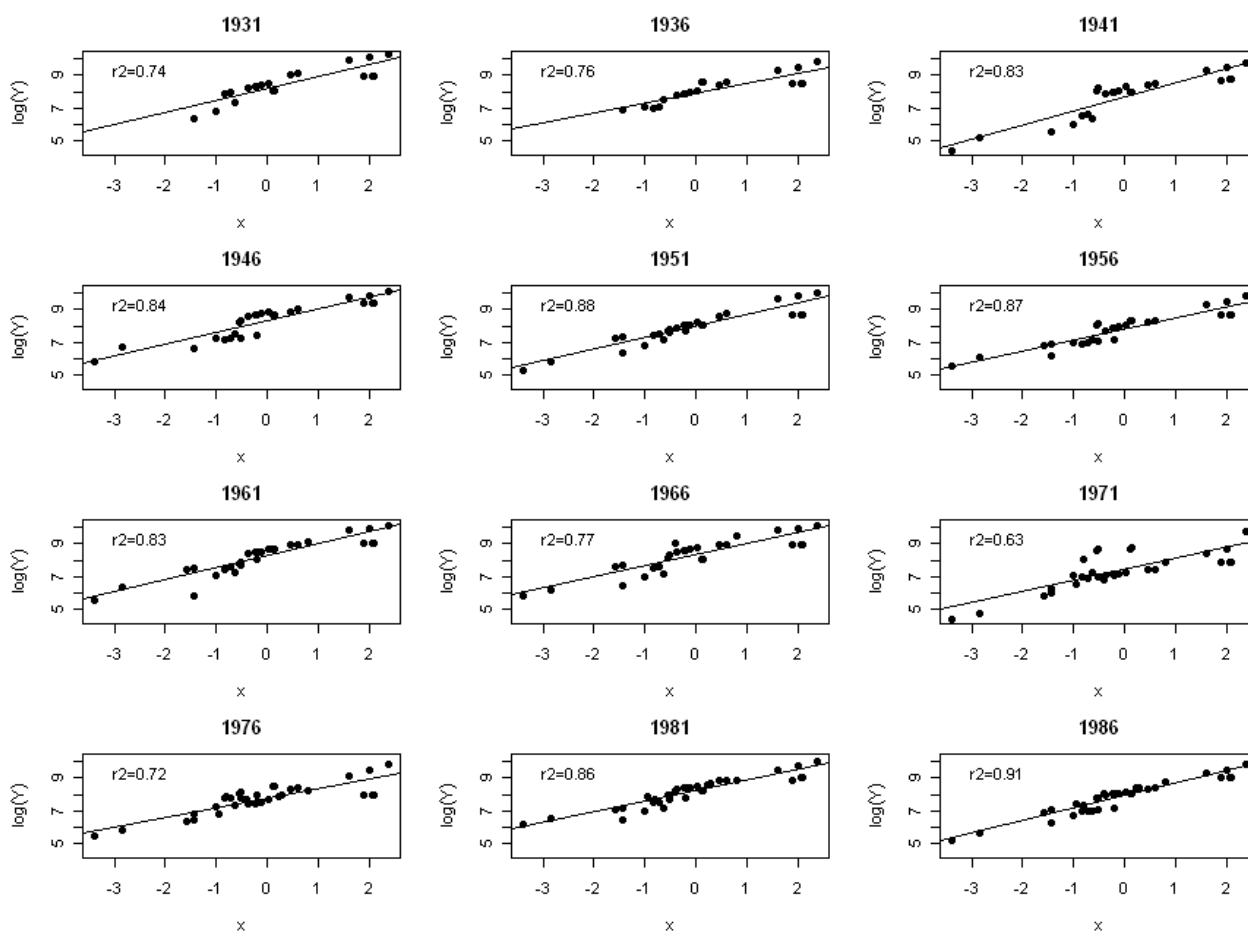


Figura 3 – Relação log-log das séries de máximos anuais e a área de drenagem para alguns anos da série histórica. A variável $x(j)$ para a estação j é definida como $x(j) = \log(A(j)) - \overline{\log(A)}$, onde $A(j)$ é a área de drenagem da estação j e $\overline{\log(A)}$ é a média do logaritmo das áreas de drenagem.

3 – RESULTADOS

A Figura 4 apresenta a distribuição posterior (eq. 9) dos coeficientes linear e angular (eq. 4) para cada ano da série histórica. São mostradas as estimativas pontuais Bayesianas (valor esperado da distribuição posterior, linhas pretas na Fig. 4) juntamente com o intervalo de 95% da distribuição posterior (região cinza na Fig. 4). Ademais, são apresentadas também as estimativas a partir da maximização da função de verossimilhança (ou estimativas clássicas) assumindo estacionariedade dos parâmetros (isto é, regressão simples utilizando o conjunto completo de dados) assim como o intervalo de confiança de 95% dessas estimativas. É interessante notar que na maior parte dos anos as estimativas pontuais Bayesianas estão fora do intervalo de confiança de 95% das estimativas estacionárias, o que sugere que a incerteza dessas estimativas é subestimada.

De fato, a Fig. 6 sugere uma tendência monotônica crescente no coeficiente linear e uma tendência decrescente no coeficiente angular das estimativas Bayesianas. Com objetivo de checar se

tais tendências são estatisticamente significantes, utiliza-se as estimativas pontuais Bayesianas dos coeficientes linear e angular (linhas pretas na Fig. 6) como valores pontuais numa regressão linear ponderada onde a variável independente é o tempo. A incerteza nas estimativas dos parâmetros é levada em consideração por meio dos pesos utilizados na regressão e definidos como o inverso da variância das estimativas. As declividades obtidas para as regressões temporais (0.009281 para o coeficiente linear Bayesiano e $-3.875 \cdot 10^{-4}$ para o coeficiente angular Bayesiano, com valores p associados de $9.45 \cdot 10^{-6}$ e $1.75 \cdot 10^{-5}$, respectivamente) sugerem que ambas tendências monotônicas são estatisticamente significantes. Assim, a hipótese de estacionariedade assumida na estimativas clássicas não é válida neste contexto.

Com objetivo de verificar a habilidade do modelo proposto em reproduzir séries de máximos anuais de estações não incluídas nas simulações MCMC (isto é, validação cruzada), mostra-se na Figura 5 simulações Bayesianas de máximos anuais de 9 estações aleatórias e não inclusas no processo de estimativa dos parâmetros. O processo de simulação dos máximos anuais consistiu basicamente em obter amostras aleatórias dos parâmetros anuais de escala (eq. 4) a partir da distribuição posterior (eq. 9, obtida através da simulação MCMC e mostrada na Fig. 4) e então, de posse da área de drenagem das 9 estações, substituí-las na equação (4) de forma a obter simulações de máximos anuais para cada ano da série histórica. Os resultados obtidos mostram que a maior parte dos dados observados de máximos anuais estão dentro do intervalo Bayesiano de 95%, com excelente ajuste do máximo anual esperado (linhas vermelhas) resultante das simulações Bayesianas, obtendo-se correlações médias em torno de 0.6.

Com objetivo de verificar se a variabilidade interanual dos parâmetros de escala (Fig. 4) está associada com alguma forçante climática, analisou-se a relação entre a série do coeficiente linear e a série temporal do indicador NINO3, representate da TSM no Pacífico tropical, e um índice climático da temperatura do ar próxima à costa da Argentina, representativo da intensidade da zona de convergência do Atlântico sul (SACZ) e associado com eventos de cheias, como identificado em Lima e Lall (2008). A Figura 6 apresenta a série do coeficiente linear de escala versus o indicador NINO3 de dezembro do ano anterior aos eventos de cheia e o índice climático médio dos meses de janeiro e fevereiro do mesmo ano dos eventos. Dada a sazonalidade das vazões na região estudada, é de se esperar que os máximos anuais ocorram entre janeiro e março. Um aumento em ambos indicadores sugere um aumento no coeficiente linear, o que está de acordo com o observado na literatura (por exemplo em Lima e Lall, 2008), pois sabe-se que eventos de El Niño assim como o fortalecimento da SACZ (devido a anomalias positivas na temperatura do ar no continente que aumentam o contraste de temperatura com o oceano e consequentemente os padrões de circulação) tendem a aumentar as vazões nestes locais. Os coeficientes de correlação encontrados (0.40 na Fig. 6a) e 0.30 na Fig. 6b)) são também estatisticamente significantes ao nível de confiança de 95%.

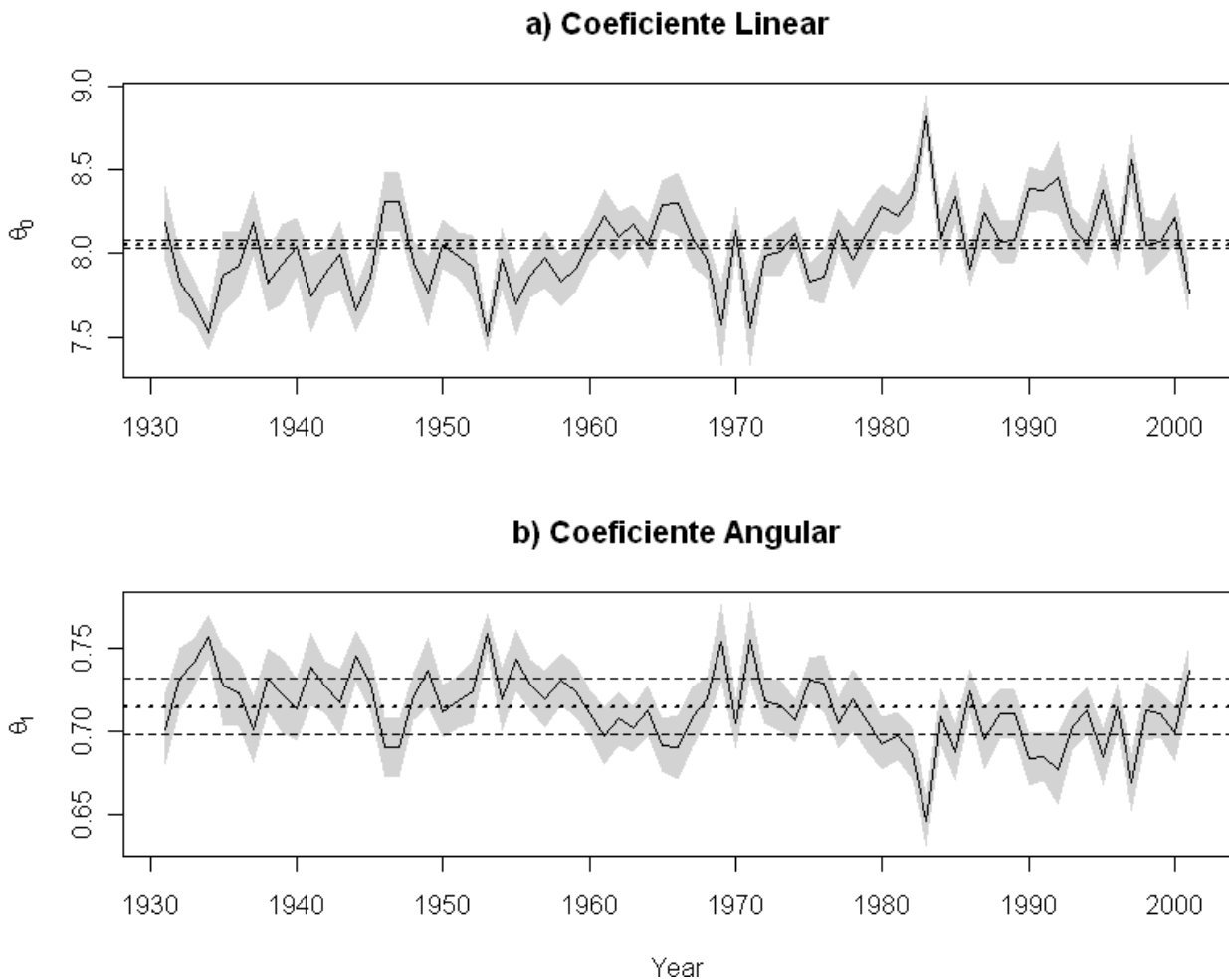


Figura 4 – Estimativas clássicas (linha pontilhada horizontal) juntamente com intervalo de confiança de 95% (linha tracejada horizontal) a partir da hipótese de estacionariedade dos parâmetros e média (linha preta) e intervalo de 95% das estimativas Bayesianas dos coeficientes a) linear e b) angular da lei log-log de escala para as séries de máximos anuais.

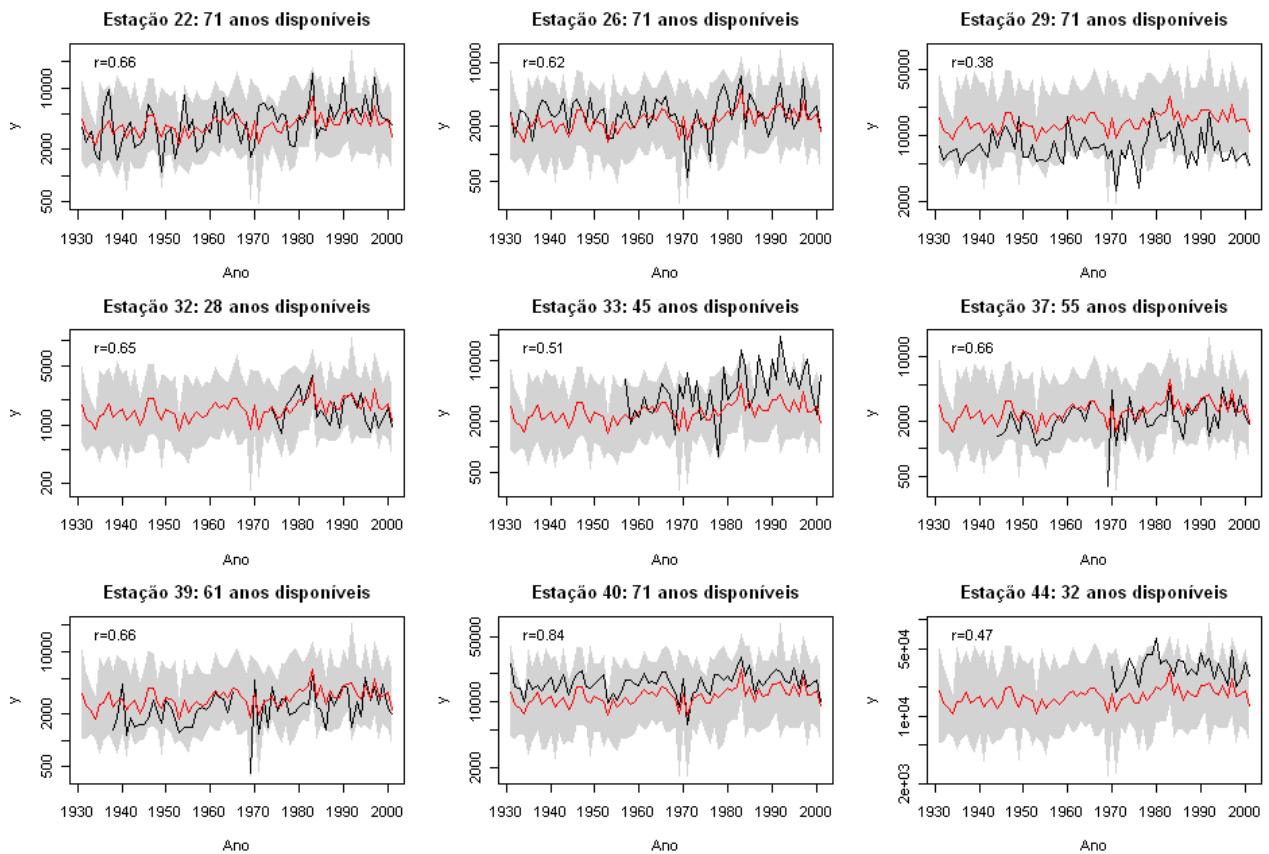


Figura 5 – Dados observados de máximos anuais (linhas pretas) de estações aleatórias não incluídas nas simulações MCMC versus intervalo de 95% (região em cinza) e valor esperado (mediana) dos máximos anuais (linhas vermelhas) resultante das simulações Bayesianas. O eixo das ordenadas está em escala logarítmica para melhor visualização.

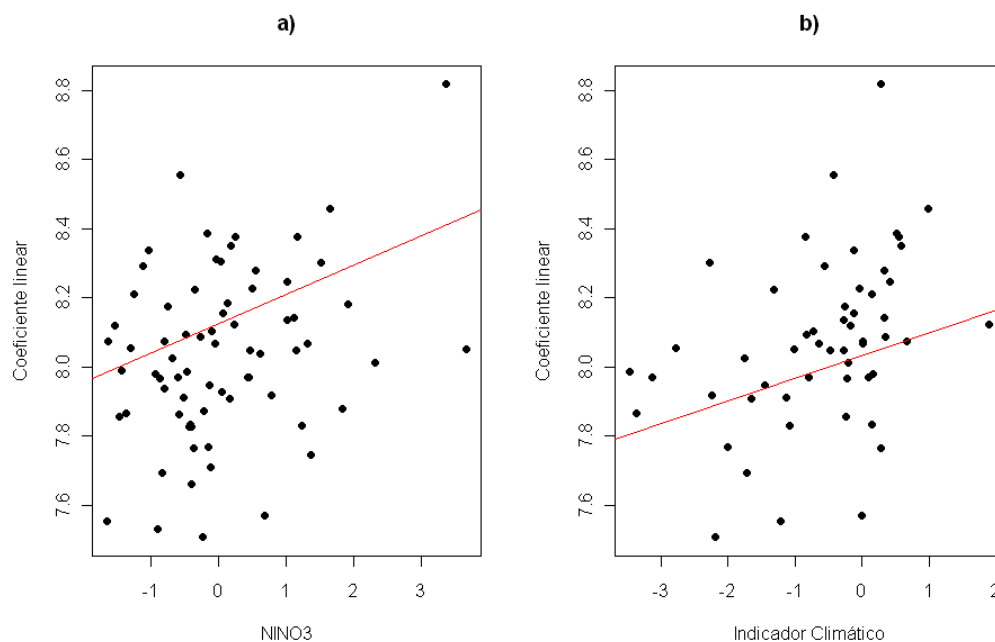


Figura 6 – Correlação entre a série do coeficiente linear e a) indicador NINO3 e b) indicador da temperatura do ar próxima à costa da Argentina. A linha vermelha mostra um regressão linear.

4 – CONCLUSÕES

Buscou-se neste trabalho desenvolver uma metodologia baseada em estatística Bayesiana para melhor entender a variabilidade temporal do processo de escala vazão-área de drenagem. Assim, complementa-se os estudos apresentados em Gupta *et al.* (2007) de forma a estabelecer uma teoria para sistemas auto-similares e invariantes à escala. Os resultados obtidos mostraram que o processo de escala é não-estacionário, com uma grande variabilidade ao longo do tempo associada com forçantes climáticas. Assim, a suposição comum utilizada na metodologia clássica de que os coeficientes linear e angular do processo de escala são constantes no tempo, exibindo somente variabilidade (ou ruído) devido ao número limitado de dados utilizado para estimativa dos parâmetros, não se aplica aos dados utilizados neste trabalho.

Num contexto de mudanças climáticas globais, em que padrões de circulação atmosférica e oceânica possam ser completamente diferentes dos padrões atuais, não se espera contudo a descontinuidade do processo de escala vazão-área. Entretanto, não se sabe ainda quais mudanças acontecerão nos parâmetros de escala para uma dada região. O trabalho aqui apresentado abre as portas para melhor entender quais serão essas mudanças potenciais. Uma vez identificado o conjunto completo de processos climáticos de larga escala responsáveis pela variabilidade interannual desses parâmetros (vide Fig. 4), será possível compreender melhor como mudanças futuras nos padrões desses processos climáticos irão afetar os parâmetros de escala. Assim, previsões e simulações de eventos e quantis de cheias em locais desprovidos ou com poucas informações históricas de vazão poderão ser obtidos com melhor robustez e confiança para um melhor gerenciamento do risco climático associados com eventos hidroclimatológicos extremos.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece a CAPES/Fulbright pela concessão de bolsa de Doutorado. Os autores agradecem também a ONS pela disponibilização dos dados de vazão diária.

BIBLIOGRAFIA

- ALEXANDER, G. N. (1972).”*Effect of catchment area on flood magnitude*”, Journal of Hydrology 16, pp. 225–240.
- BECKER, A., BRAUN, P. (1999).”*Disaggregation, aggregation and spatial scaling in hydrological modeling*”, Journal of Hydrology 217, pp. 239–252.
- BENSON, M. A. (1962).”*Factors influencing the occurrence of floods in a humid region of diverse terrain*”, Relatório Técnico 1580-B, U. S. Geol. Surv. Water Supply Paper, 64 pp.

- CLARKE, R. T. (2002A). "Estimating time trends in Gumbel-distributed data by means of generalized linear models". *Water Resources Research*, 38(7), 1111.
- _____ (2002B). "Estimating trends in data from the Weibull and a generalized extreme value distribution". *Water Resources Research*, 38(6), 1089.
- GELMAN, A., CARLIN, J. B., STERN, H. S., RUBIN, D. B. (2004). *Bayesian Data Analysis*. CHAPMAN&HALL/CRC.
- GILKS, W. R., ROBERTS, G. O. (1995). "Strategies for improving mcmc", in *Markov Chain Monte Carlo in Practice: Interdisciplinary Statistics*. Org. por Gilks, W. R.; Richardson, S. e Spiegelhalter, D., Chapman & Hall/HRC, pp. 89–114.
- GUPTA, V. K., MESA, O. J., DAWDY, D. R. (1994). "Multiscaling theory of flood peaks: Regional quantile analysis", *Water Resources Research* 30 (12), pp. 3405–3421.
- GUPTA, V. K., WAYMIRE, E. (1990). "Multiscaling properties of spatial rainfall and river flow distributions", *Journal of Geophysical Research* 95 (D3), pp. 1999–2009.
- GUPTA, V. K.; TROUTMAN, B.M.; DAWDY, D.R. (2007). "Towards a Nonlinear Geophysical Theory of Floods in River Networks: An Overview of 20 Years of Progress", in *Nonlinear dynamics in Geosciences*. Org. por Tsonis, A. e Elsner, J., Ch. 8, pp.121-151, Springer-Verlag.
- JAIN, S.; LALL, U. (2001). "Floods in a changing climate: Does the past represent the future?". *Water Resources Research*, 37(2), pp. 3193-3205.
- KATZ, R. W.; PARLANGE, M. B.; NAVEAU, P. (2002). "Statistics of extremes in hydrology". *Advances in Water Resources*, 25, pp. 1287-1304.
- KWON, H-H., KHALILL, A. F.; SIEGFRIED, T. (2008). "Analysis of extreme summer rainfall using climate teleconnections and typhoon characteristics in South Korea". *Journal of the American Water Resources Association*, 44 (02), pp. 436-448.
- LIMA, C.H.R.; LALL, U. (2008). "Hidroclimatologia de cheias: eventos extremos, não-estacionariedade, processos climáticos de larga escala e uma perspectiva para simulações num contexto de mudanças climáticas globais", II Simpósio de Recursos Hídricos do Sul-Sudeste, Rio de Janeiro, Out. 2008.
- LOUCKS, D. P.; VAN BEEK, E. (2005). *Water Resources Systems Planning and Management*, UNESCO. 680p.
- MARTINS, E. S.; STEDINGER, J. R. (2001). "Historical Information in a generalized maximum likelihood framework with partial duration and annual maximum series", *Water Resources Research*, Vol. 37 (10), pp. 2559-2567.
- MILLY, P. C. D., WETHERALD, R. T.; DUNNE, K. A.; DELWORTH, T. L. (2002). "Increasing risk of great floods in a changing climate". *Nature*, vol. 415, 31 de Janeiro.

- OLSEN, J. R.; STEDINGER, J. R.; MATALAS, N. C.; STAKHIV, E. Z. (1999). “*Climate variability and flood frequency estimation for the upper Mississippi and lower Missouri rivers*”, *Water Resources Research*, 35 (6), pp. 1509-1523.
- PANDEY, G., LOVEJOY, S., SCHERTZER, D. (1998).”*Multifractal analysis of daily river flows including extremes for basins of five to two million square kilometres, one day to 75 years*”, *Journal of Hydrology* 208, pp. 62–81.
- PANDEY, G. R., NGUYEN, V.-T.-V. (1999). “*A comparative study of regression based methods in regional flood frequency analysis*”, *Journal of Hydrology* 225, pp. 92–101.
- RIGGS, H. C., 1973. “*Regional analyses of streamflow characteristics*”, Relatório Técnico, U.S. Geological Survey Techniques of Water-Resources Investigations, book 4, Chap. B3, 15pp.
- SALAS, J. D., DELLEUR, J., YEVJEVICH, V., LANE, W. (1980). *Applied modeling of hydrologic time series*, Water Resources Publications, Littleton, Colorado.
- SIVAPALAN, M., JOTHITYANGKOON, C., MENABDE, M. (2002).”*Linearity and non linearity of basin response as a function of scale: Discussion of alternative definitions*”, *Water Resources Research* 38 (2).
- SMITH, J. A. (1992).”*Representation of basin scale in flood peak distributions*”, *Water Resources Research* 28 (11), pp. 2993–2999.
- STEDINGER, J. R., COHN, T. A. (1986).”*Flood frequency analysis with historical and paleoflood information*”, *Water Resources Research* 22 (5), pp. 785–793.
- STEDINGER, J. R., TASKER, G. D. (1985).”*Regional hydrologic analysis I. ordinary, weighted, and generalized least squares compared*”. *Water Resources Research* 21 (o), 1421–1432.
- STEDINGER, J. R.; VOGEL, R. M.; FOUFOULA-GEORGIU, E. (1992). “*Frequency Analysis of Extreme Events*” in *Handbook of Hydrology*. Org. por Maidment, D. R., McGraw-Hill, pp. 18.1-18.66.
- THOMAS, D. M., BENSON, M. A. (1970).”*Generalization of streamflow characteristics from drainage-basin characteristics*”, Relatório Técnico, U. S. Geol. Surv. Water Supply Paper 1975, 55p.
- VOGEL, R. M., SANKARASUBRAMANIAN, A. (2000).”*Spatial scaling properties of annual streamflow in the unites states*”, *Hydrological Sciences* 45 (3), pp. 465–476.
- YUE, S., GAN, T. Y. (2004).”*Simple scaling properties of canadian annual average streamflow*”, *Advances in Water Resources* 27, pp. 481–495.